

Здравка Паскалева, Мая Алашка, Райна Алашка

МАТЕМАТИКА

6. 
КЛАС

АрхИ(М)εΔ

Означения, използвани в учебника:



Знания, които трябва да се запомнят



Основни знания



Обърнете внимание! – пояснения към решението на задачите



Интересни допълнения към учебния материал

1, 2, ... Задачи с повишена трудност

Рецензенти: проф. д.п.н. Сава Гроздев
доц. д-р Драго Михалев
Владимир Николов

Консултант по графичния дизайн: проф. Илия Иванов Илиев

© Издателство “АРХИМЕД 2” ЕООД, 2017 г.

© Здравка Крумова Паскалева, Мая Събчева Алашка, Райна Милкова Алашка – автори, 2017 г.

© Емил Генков Христов – художник на корицата, 2017 г.

© Ангелина Владиславова Аврамова – графичен дизайн, 2017 г.

ISBN: 978-954-779-212-8

СЪДЪРЖАНИЕ

ВХОДНО НИВО

1. Действия с дроби	6	35. Сфера. Лице на повърхнина на сфера.....	76
2. Част от число. Процент	8	36. Кълбо. Обем на кълбо	78
3. Геометрични фигури	10	37. Повърхнина и обем на кълбо. Упражнение.....	80
4. Примерен тест с решения	12	38. Валчести тела. Практически задачи.	
5. Входно ниво.....	15	Упражнение	82
		39. Обобщение на темата „Валчести тела“	84
		40. Тест върху темата „Валчести тела“	86

ТЕМА 1. ГЕОМЕТРИЧНИ ФИГУРИ И ТЕЛА

6. Окръжност. Дължина на окръжност	18	ТЕМА 2. РАЦИОНАЛНИ ЧИСЛА	
7. Окръжност. Дължина на окръжност.		41. Положителни и отрицателни числа.	
Упражнение	20	Множество на рационални числа.....	88
8. Дължина на окръжност. Практически задачи.		42. Изобразяване на рационалните числа върху	
Упражнение	22	числовата ос	90
9. Кръг. Лице на кръг	24	43. Противоположни числа. Абсолютна стойност	
10. Лице на кръг. Упражнение	26	(модул) на рационално число	92
11. Многоъгълник. Правилен многоъгълник	28	44. Модул на рационални числа. Упражнение	94
12. Лице на многоъгълник	30	45. Сравняване на рационални числа	96
13. Призма. Правилна призма.....	32	46. Събиране на рационални числа с еднакви	
14. Права призма. Упражнение.....	34	знаци	98
15. Лице на повърхнина на права призма.....	36	47. Събиране на рационални числа с различни	
16. Лице на повърхнина на права призма.		знаци	100
Упражнение	38	48. Свойства на събирането	102
17. Обем на права призма	40	49. Изваждане на рационални числа.....	104
18. Обем и повърхнина на права призма.		50. Събиране и изваждане на рационални числа.	
Упражнение	42	Разкриване на скоби	106
19. Пирамида. Правилна пирамида.....	44	51. Алгебричен сбор	108
20. Правилна пирамида. Упражнение.....	46	52. Алгебричен сбор. Упражнение.....	110
21. Лице на повърхнина на правилна пирамида	48	53. Намиране на неизвестно събираемо	112
22. Лице на повърхнина на правилна пирамида.		54. Умножение на рационални числа.....	114
Упражнение	50	55. Свойства на умножението.....	116
23. Изработване на модели на геометрични тела.		56. Събиране, изваждане и умножение на	
Практическа работа. Упражнение	52	рационални числа. Упражнение	118
24. Обем на правилна пирамида.....	54	57. Деление на рационални числа. Свойства	120
25. Обем и повърхнина на правилна пирамида.		58. Деление на рационални числа. Свойства.	
Упражнение	56	Упражнение	122
26. Обобщение на темата		59. Умножение и деление на рационални числа.	
„Геометрични фигури и ръбести тела“	58	Упражнение	124
27. Геометрични фигури и ръбести тела		60. Намиране на неизвестен множител	126
Тест № 1, Тест № 2	60	61. Действия с рационални числа.	
28. Прав кръгов цилиндър.....	62	Упражнение	128
29. Лице на повърхнина на прав кръгов		62. Декартова координатна система.	
цилиндър.....	64	Координати на точка.....	130
30. Обем на прав кръгов цилиндър	66	63. Декартова координатна система.	
31. Прав кръгов конус.....	68	Упражнение	132
32. Лице на повърхнина на прав кръгов конус	70	64. Построяване на симетрични точки на	
33. Лице на повърхнина на прав кръгов конус.		дадена точка спрямо началото и осите на	
Упражнение	72	координатната система.....	134
34. Обем на прав кръгов конус	74	65. Обобщение на темата „Рационални числа“	136

66	Обобщение на темата „Рационални числа“. Продължение.....	138
67	Тест върху темата „Рационални числа“.....	140

ТЕМА 3. СТЕПЕНУВАНЕ

68	Действие степенуване с естествен степенен показател.....	142
69	Числови изрази, съдържащи степени.....	144
70	Намиране на неизвестни компоненти при действие степенуване.....	146
71	Умножение на степени с равни основи.....	148
72	Деление на степени с равни основи.....	150
73	Намиране на числена стойност на изрази, съдържащи степени.....	152
74	Степенуване на произведение.....	154
75	Степенуване на частно.....	156
76	Степенуване на степен.....	158
77	Действия със степени. Упражнение.....	160
78	Степенуване на рационални числа.....	162
79	Степен с нулев показател и степен с цял показател.....	164
80	Степен с цял показател. Упражнение.....	166
81	Стандартен запис на число.....	168
82	Питагорова теорема – приложение на степените.....	170
83	Питагорова теорема. Упражнение.....	172
84	Обобщение на темата „Степенуване“.....	174
85	Тест върху темата „Степенуване“.....	176

ТЕМА 4. УРАВНЕНИЯ

86	Числови равенства. Свойства.....	178
87	Уравнения от вида $a \cdot x + b = 0$ ($a \neq 0$).....	180
88	Решаване на уравнения от вида $a \cdot x + b = 0$ ($a \neq 0$). Упражнение.....	182
89	Правила за решаване на уравнения.....	184
90	Решаване на уравнения. Упражнение № 1.....	186
91	Решаване на уравнения. Упражнение № 2.....	188
92	Моделиране с уравнения от вида $a \cdot x + b = 0$ ($a \neq 0$).....	190
93	Текстови задачи, които се решават с уравнения от вида $a \cdot x + b = 0$ ($a \neq 0$).....	192
94	Практически задачи, които се решават с уравнения.....	194
95	Решаване на текстови задачи от движение.....	196
96	Обобщение на темата „Уравнения“.....	198
97	Тест върху темата „Уравнения“.....	200

ТЕМА 5. ПРОПОРЦИИ

98	Отношение. Пропорция.....	202
99	Пропорционалност. Коефициент на пропорционалност.....	204
100	Основно свойство на пропорциите.....	206
101	Свойства на пропорциите.....	208
102	Приложение на пропорциите.....	210
103	Отношението $a : b : c$. Упражнение.....	212
104	Права пропорционалност.....	214
105	Права пропорционалност. Графика.....	216
106	Обратна пропорционалност. Графика.....	218
107	Разчитане на данни, представени чрез диаграми и графики.....	220
108	Разчитане на данни, представени чрез кръгова диаграма.....	222
109	Обобщение на темата „Пропорции“.....	224
110	Тест върху темата „Пропорции“.....	226

ТЕМА 6. ЕЛЕМЕНТИ ОТ ВЕРОЯТНОСТИ И СТАТИСТИКА

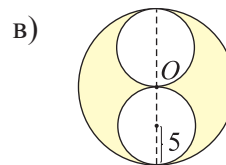
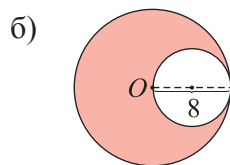
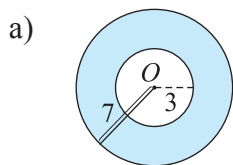
111	Множества. Елементи.....	228
112	Множества. Подмножества.....	230
113	Множества и операции с тях. Графично представяне на множества.....	232
114	Случайно събитие.....	234
115	Вероятност на случайно събитие като отношение на възможности.....	236
116	Вероятност на случайно събитие. Упражнение.....	238
117	Описание на данни – средноаритметично.....	240
118	Таблично или графично представяне на данни.....	242
119	Организиране и представяне на данни.....	244
120	Графични или таблични представяния на едни и същи данни. Упражнение.....	246
121	Обобщение на темата „Елементи от вероятности и статистика“.....	248

ИЗХОДНО НИВО

122	Ръбести тела (преговор).....	252
123	Валчести тела (преговор).....	254
124	Рационални числа (преговор).....	256
125	Степени (преговор).....	258
126	Уравнения (преговор).....	260
127	Пропорции (преговор).....	262
128	Изходно ниво. Тест с решения.....	264
129	Изходно ниво.....	266

ОТГОВОРИ.....	268
---------------	-----

ЗАДАЧА 1 Начертани са геометрични фигури. По дадените измерения (в см) намерете лицата на оцветените части:



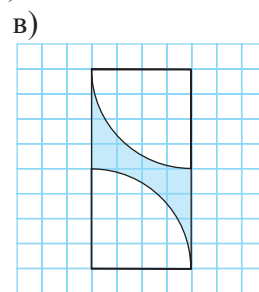
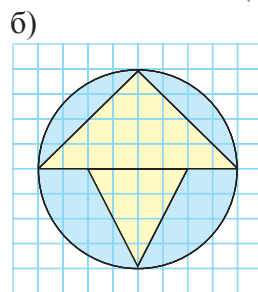
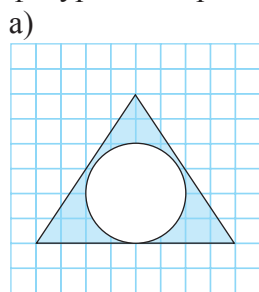
Решение:

$$\begin{aligned} \text{а) } S &= \pi \cdot 7^2 - \pi \cdot 3^2 \\ S &= \pi \cdot 49 - \pi \cdot 9 \\ S &= (49 - 9) \cdot \pi \\ S &= 40 \cdot \pi \\ S &= 40 \cdot 3,14 \\ S &= 125,6 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } S &= \pi \cdot 8^2 - \pi \cdot 4^2 \\ S &= \pi \cdot 64 - \pi \cdot 16 \\ S &= (64 - 16) \cdot \pi \\ S &= 48 \cdot \pi \\ S &= 48 \cdot 3,14 \\ S &= 150,72 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{в) } S &= \pi \cdot 10^2 - 2 \cdot \pi \cdot 5^2 \\ S &= \pi \cdot 100 - \pi \cdot 50 \\ S &= (100 - 50) \cdot \pi \\ S &= 50 \cdot \pi \\ S &= 50 \cdot 3,14 \\ S &= 157 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

ЗАДАЧА 2 На квадратна мрежа (1 м. ед. = 1 деление) са начертани геометрични фигури. Намерете лицето на оцветената част (в кв. м. ед.).



Решение:

$$\text{а) } S = \frac{8 \cdot 6}{2} - \pi \cdot 2^2 = 24 - 3,14 \cdot 4 = 24 - 12,56 = 11,44 \text{ кв. м. ед.}$$

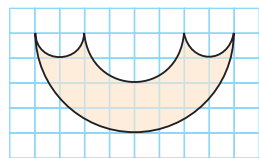
$$\text{б) жълта част: } S = \frac{8 \cdot 4}{2} + \frac{4 \cdot 4}{2} = 16 + 8 = 24 \text{ кв. м. ед.}$$

$$\text{синя част: } S = \pi \cdot 4^2 - 24 = 3,14 \cdot 16 - 24 = 50,24 - 24 = 26,24 \text{ кв. м. ед.}$$

$$\text{в) } S = 4 \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 4^2 = 32 - 3,14 \cdot 8 = 32 - 25,12 = 6,88 \text{ кв. м. ед.}$$

ЗАДАЧА 3 На квадратна мрежа (1 м. ед. = 1 деление) са начертани геометрични фигури. Намерете лицето на оцветената част (в кв. м. ед.).

Решение:



$$\text{а) } S = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 4^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 1^2 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2^2$$

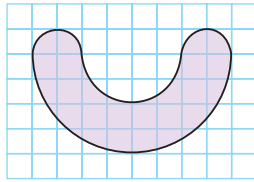
$$S = 8\pi - 1\pi - 2\pi$$

$$S = (8 - 1 - 2) \cdot \pi$$

$$S = 5\pi$$

$$S = 5 \cdot 3,14$$

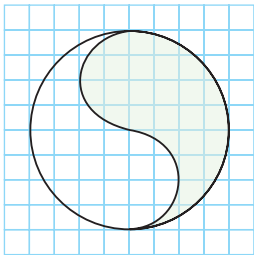
$$S = 15,7 \text{ кв. м. ед.}$$



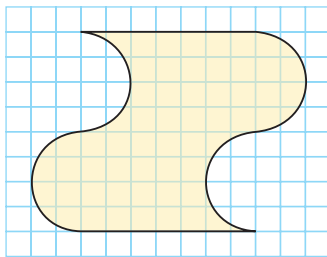
$$\begin{aligned} \text{б) } S &= \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 4^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 1^2 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2^2 \\ S &= 8\pi + 1\pi - 2\pi \\ S &= (8+1-2) \cdot \pi \\ S &= 7\pi \\ S &= 7 \cdot 3,14 \\ S &= 21,98 \text{ кв. м. ед.} \end{aligned}$$

ЗАДАЧА 4 На квадратна мрежа (1 м. ед. = 1 деление) са начертани геометрични фигури. Намерете лицето на оцветената част (в кв. м. ед.).

Решение:



$$\begin{aligned} \text{а) } S &= \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 4^2 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2^2 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2^2 \\ S &= 8\pi + 2\pi - 2\pi \\ S &= 8\pi \\ S &= 8 \cdot 3,14 \\ S &= 25,12 \text{ кв. м. ед.} \end{aligned}$$

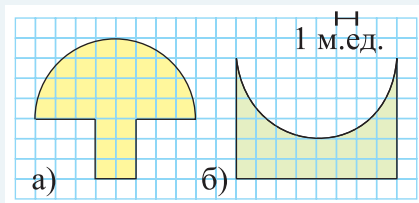


$$\begin{aligned} \text{б) } S &= 8 \cdot 7 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2^2 \\ S &= 56 + 4\pi - 4\pi \\ S &= 56 \text{ кв. м. ед.} \end{aligned}$$

ЗАДАЧИ

1 Колко пъти ще се увеличи лицето на кръг, ако радиусът му се увеличи 3 пъти?

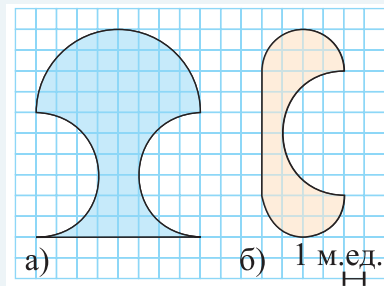
2 Намерете лицето на оцветените фигури (в кв. м. ед.):



3 Арена на цирк има радиус 15 m. Намерете:

- а) колко квадратни метра е площта на арената;
- б) колко квадратни метра настилка трябва да се закупи за покриването ѝ, като предвидите 10% загуби при разкрояването?

4 Намерете обиколката и лицето на оцветените фигури.



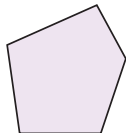
5 Баба иска да изплете кръгла покривка за нашата кръгла маса. Премежих, че масата има диаметър 90 cm. Колко квадратни сантиметра дантела трябва да изплете баба, ако покривката:

- а) покрива цялата маса и “пада” от всички страни с 10 cm;
- б) покрива средата на масата, като наоколо остават по 15 cm?

МНОГОЪГЪЛНИК. ПРАВИЛЕН МНОГОЪГЪЛНИК

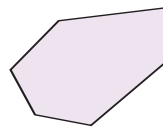
Има равнинни фигури, които имат повече от четири ъгъла и повече от четири страни.

Например



петоъгълникът има

пет ъгъла и
пет страни,



шестоъгълникът има

шест ъгъла и
шест страни и т.н.

Начертаните фигури наричаме с общо име – **многоъгълници**.

Ще припомним, че:

- равностранният триъгълник има 3 равни страни и 3 равни ъгъла;
- квадратът има 4 равни страни и 4 равни ъгъла.



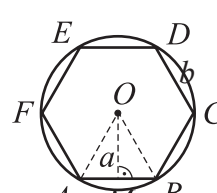
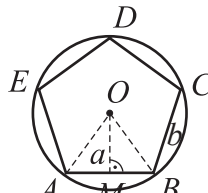
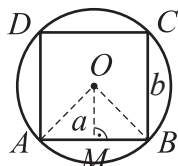
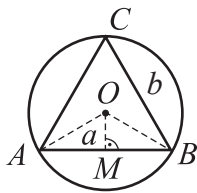
Правилен многоъгълник

Многоъгълник, на който всички страни са равни и всички ъгли са равни, се нарича **правилен многоъгълник**.

Равностранният триъгълник е правилен триъгълник.

Квадратът е правилен четириъгълник.

Върховете на всеки правилен многоъгълник лежат на окръжност, която те разделят на равни части (дъги).



Точката O – центърът на окръжността, се нарича **център на правилния многоъгълник**.

$OM = a$, която е височината в $\triangle ABO$, се нарича **апотема на правилния многоъгълник**.



Апотемата на правилния многоъгълник е прието да се означава с буквата **a**. Затова е удобно страната му да се отбелязва с буквата **b**.

Периметърът на правилния многоъгълник е $P = \underbrace{b + b + \dots + b}_{n \text{ times}} = n \cdot b$

$$P = n \cdot b,$$

където естественото число n ($n \geq 3$) е броят на страните на многоъгълника. Ако:

- $n = 5$, многоъгълникът е правилен петоъгълник;
- $n = 6$, многоъгълникът е правилен шестоъгълник и т.н.

ЗАДАЧА 1 Намерете периметъра на правилен многоъгълник, ако:

а) $n = 6$, $b = 4,8$ cm; б) $n = 12$, $b = 3,5$ cm.

Решение: а) $P = n \cdot b$ б) $P = n \cdot b$
 $P = 6 \cdot 4,8$, $P = 28,8$ cm $P = 12 \cdot 3,5$, $P = 42$ cm

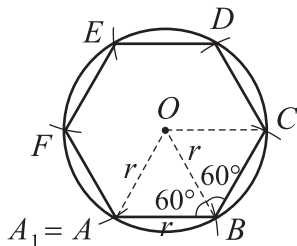
ЗАДАЧА 2 Намерете броя на страните на правилен многоъгълник, ако $P = 42$ cm, $b = 8,4$ cm.

Решение: $P = n \cdot b$
 $42 = n \cdot 8,4, \quad n = 5$

ЗАДАЧА 3 Като използвате окръжност, начертайте правилен шестоъгълник.

Решение:

- Начертаваме окръжност $k(O; r)$ с $r = 2$ cm.
- От произволна точка A на окръжността последователно в една и съща посока отмерваме с пергела (с разтвор $r = 2$ cm) равни отсечки $AB = BC = CD = DE = EF = FA_1$.

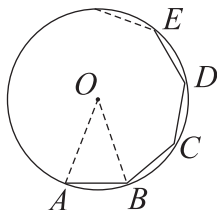


При това нанасяне точките A и A_1 съвпадат.

- Съединяваме последователно точките A с B , B с C , ... , F с A . Начертаният по този начин шестоъгълник е правилен, защото има:
 - 6 равни страни – $AB = BC = CD = DE = EF = FA = r$;
 - 6 равни ъгъла – $\sphericalangle A = \sphericalangle B = \sphericalangle C = \sphericalangle D = \sphericalangle E = \sphericalangle F = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$.



За правилния шестоъгълник е вярно, че страната му е равна на радиуса на окръжността, която минава през върховете на шестоъгълника.



Забелязваме, че големината на централния $\sphericalangle AOB$ на правилния шестоъгълник $ABCDEF$ е $\frac{360^\circ}{6}$.

За всеки правилен многоъгълник $ABCDE\dots$

$\sphericalangle AOB = \frac{360^\circ}{n}$, където n е броят на страните на многоъгълника.

ЗАДАЧА 4 С помощта на окръжност начертайте правилен петоъгълник.

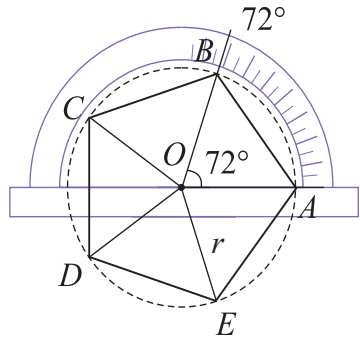
Решение: За да начертаем правилен петоъгълник $ABCDE$, трябва да намерим големината на централния $\sphericalangle AOB$.

За $n = 5$ $\sphericalangle AOB = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$.

Чертаем:

- окръжност $k(O; r)$ с r – произволна отсечка, и избираме произволна точка A от k ;
- $\sphericalangle AOB = 72^\circ$ (с помощта на транспортир);
- $\sphericalangle BOC = \sphericalangle COD = \sphericalangle DOE = 72^\circ$;
- отсечките AB, BC, CD, DE, EA .

$ABCDE$ е правилен петоъгълник.



ЗАДАЧИ

- 1 Намерете периметъра на правилен многоъгълник, ако:
 - а) $n = 7, \quad b = 3,2$ cm;
 - б) $n = 8, \quad b = 0,9$ dm.
- 2 Намерете броя на страните на правилен многоъгълник, ако:
 - а) $P = 65,6$ cm, $b = 8,2$ cm;
 - б) $P = 106,8$ cm, $b = 89$ mm.
- 3 Намерете дължината на страната на правилен многоъгълник, ако:
 - а) $P = 14$ cm, $n = 5$; б) $P = 110,7$ cm, $n = 9$.
- 4 Начертайте окръжност ($r = 3$ cm) и правилен шестоъгълник, върховете на който лежат върху тази окръжност.
- 5 Начертайте правилен шестоъгълник със страна:
 - а) 2 cm; б) 3,5 cm.