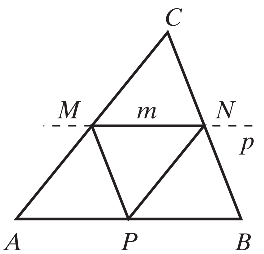
СЪДЪРЖАНИЕ

Средна отсечка

Средна отсечка в триъгълник



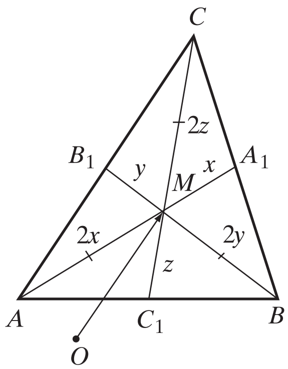
$S_{\vartriangle} = \dfrac{AB.h}{2}$ $\quad S_{\vartriangle} = mh$

Всеки триъгълник има **три** средни отсечки.
M, N, P – средите съответно на AC, CB, BA
MN, NP, PM – средни отсечки

Теорема 1: Ако $p \parallel AB$ и $M \in p$, то $BN = NC$.

Теорема 2: Ако m е средна отсечка в $\vartriangle ABC$, то $m \parallel AB$, $m = \dfrac{1}{2} AB$.

Медицентър в триъгълник



m_a, m_b, m_c се пресичат в една точка M,
M – медицентър на $\vartriangle ABC$.

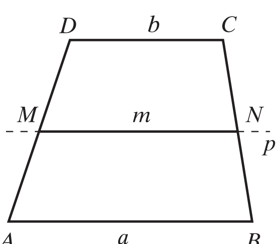
Теорема: $\dfrac{AM}{MA_1} = \dfrac{BM}{MB_1} = \dfrac{CM}{MC_1} = \dfrac{2}{1}$

Следствия: $\dfrac{AM}{AA_1} = \dfrac{BM}{BB_1} = \dfrac{CM}{CC_1} = \dfrac{2}{3}$

$$\frac{MA_1}{AA_1} = \frac{MB_1}{BB_1} = \frac{MC_1}{CC_1} = \frac{1}{3}$$

$$\vec{OM} = \frac{1}{3}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}),\ \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$$

Средна отсечка (основа) в трапец

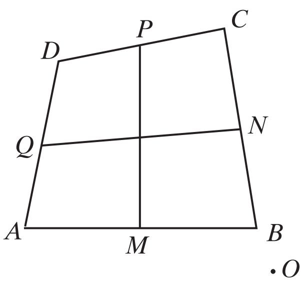


$S = \dfrac{a+b}{2} \cdot h \qquad S = mh$

Всеки трапец има една средна отсечка.
Ако M и N са средите съответно на AD и BC,
то MN е средната отсечка на трапеца $ABCD$.

Теорема 1: Ако $p \parallel AB$ (CD) и $M \in p$, то $BN = CN$.
Теорема 2: Ако m е средната отсечка в $ABCD$, то $m \parallel AB$ (CD), $m = \dfrac{a+b}{2}$.

Средна отсечка в четириъгълник



Нека $ABCD$ е произволен четириъгълник, а M, N, P и Q са средите съответно на страните му AB, BC, CD и DA. Отсечките MP и NQ се наричат средни отсечки в четириъгълника $ABCD$.
За всяка от отсечките MP и NQ са изпълнени векторните равенства $\vec{MP} = \dfrac{1}{2}(\vec{AD} + \vec{BC})$ и $\vec{QN} = \dfrac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{DC})$.

Тест № 1

Отговорите на задачите от 1. до 15. включително отбелязвайте в листа за отговори.

1. Стойността на израза $M=\sqrt{41^2-40^2}-\sqrt{(-7)^2}$ е:

А) 16; **Б)** 88; **В)** 74; **Г)** 2.

2. Сборът от корените на уравнението $\dfrac{2x+3}{5x-1}=\dfrac{1}{x-1}$ е:

А) $2\sqrt{2}$;

Б) $-2\sqrt{2}$;

В) 2;

Г) –2.

3. Сборът от корените на уравнението $\sqrt{x^2-2x+3}=\sqrt{x+1}$ е:

А) 1; **Б)** 2; **В)** 3; **Г)** 4.

4. Решенията на неравенството $\dfrac{3x+2}{x-2}\geq 1$ са:

А) $x\in[-2;+\infty)$;

Б) $x\in(-\infty;0]\cup(2;+\infty)$;

В) $x\in(-\infty;-2]\cup(2;+\infty)$;

Г) $x\in[-2;2)$.

5. Правата, която минава през точките $M(1;-1)$ и $N(2;-4)$, е графика на функцията:

А) $f(x)=-3x-2$;

Б) $f(x)=-3x+2$;

В) $f(x)=3x-2$;

Г) $f(x)=3x+2$.

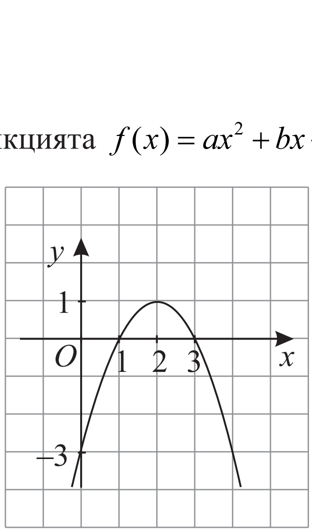
6. На чертежа е изобразена графиката на функцията $f(x)=ax^2+bx+c$. Стойността на израза $M=f(0)+f(2)$ е равна на:

А) – 3;

Б) 1;

В) – 2;

Г) – 4.



7. Четвъртият член на аритметична прогресия, за която $a_3 + a_6 = 20$ и $a_1 + a_2 = 8$, е равен на:

А) 7; **Б)** 8; **В)** 9; **Г)** 10.

8. Произведението на първите осем члена на геометрична прогресия $\{a_n\}$, за която $a_3 . a_6 = \sqrt{2}$, е равно на:

А) 4;

Б) 16;

В) $4\sqrt{2}$;

Г) $8\sqrt{2}$.

9. Към реда 8, 4, 9, 4, 3, 4, 10 е добавено число така, че двата реда имат една и съща средна аритметична стойност. Медианата на новия ред е:

А) 4; **Б)** 5; **В)** 6; **Г)** 8.

10. В кутия има 5 бели и 7 черни топки. Изваждат се по случаен начин 4 от тях. Вероятността извадените топки да са 1 бяла и 3 черни е равна на:

А) $\dfrac{C_5^1 + C_7^3}{C_{12}^4}$;

Б) $\dfrac{C_5^1 C_7^3}{C_{12}^4}$;

В) $\dfrac{V_5^1 + V_7^3}{V_{12}^4}$;

Г) $\dfrac{V_5^1 V_7^3}{V_{12}^4}$.

11. Ако $\cos\alpha = -\dfrac{4}{5}$, $\alpha \in (90°; 180°)$, стойността на израза $5\sin\alpha - 4\operatorname{tg}\alpha$ е:

А) 0;

Б) 3;

В) 7;

Г) 6.

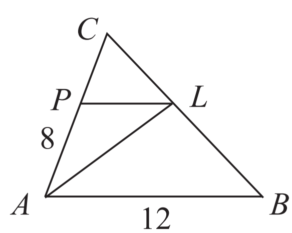
12. В $\triangle ABC$ е построена ъглополовящата AL ($L \in BC$) и $AB = 12$ cm, $AC = 8$ cm. През точка L е построена отсечката LP, успоредна на AB ($P \in AC$). Дължината на LP (в cm) е:

А) 4;

Б) 6;

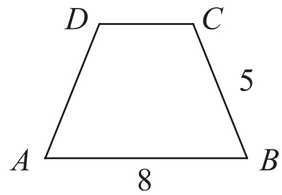
В) 4,8;

Г) 5,2.



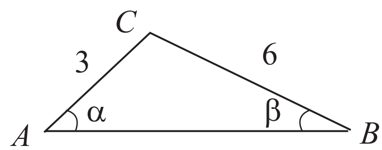
13. В равнобедрения трапец $ABCD$ ($AB \parallel CD$) може да се впише окръжност. Ако $AB = 8$ cm и $BC = 5$ cm, радиусът на вписаната окръжност (в cm) е:

А) 2;
Б) 3;
В) 4;
Г) 1.



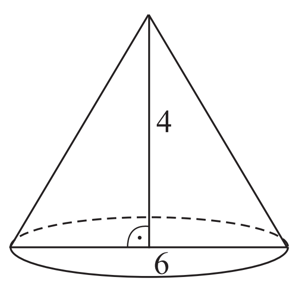
14. Даден е $\triangle ABC$ със страни $BC = 6$ cm, $AC = 3$ cm и $\cos(\alpha+\beta) = \frac{1}{9}$. Дължината на медианата през върха A на триъгълника (в cm) е:

А) 7;
Б) $2\sqrt{5}$;
В) $4\sqrt{5}$;
Г) 4.



15. Осното сечение на прав кръгов конус е равнобедрен триъгълник с дължина на основата 6 cm и височина към нея 4 cm. Повърхнината на конуса (в cm^2) е:

А) 15π;
Б) 24π;
В) 33π;
Г) 12π.



Пълните решения с необходимите обосновки на задача 16. и задача 17. запишете в свитъка за белова.

16. Решете системата

$$\begin{cases}(x-2)^2-(y+1)^2=0\\ x^2+y^2+2y+6x=7.\end{cases}$$

17. Даден е $\triangle ABC$ със страни $AB = 20$ cm, $BC = 7$ cm и $AC = 15$ cm.

а) Намерете дължината на ъглополовящата на най-малкия ъгъл в $\triangle ABC$.

б) В триъгълника е вписана полуокръжност, диаметърът на която лежи върху най-голямата му страна. Намерете радиуса на тази полуокръжност.

Тест № 2

16. Решете системата

$$\begin{cases} (x+y)^2 - x - y = 20 \\ x.y = 4. \end{cases}$$

Решение:

В първото уравнение на системата полагаме $x + y = u$ и получаваме квадратно уравнение.

$$(x+y)^2 - (x+y) - 20 = 0$$
$$u^2 - u - 20 = 0$$
$$D = 1 + 80 = 81$$
$$u_{1,2} = \frac{1 \pm 9}{2} \quad u_1 = 5, \quad u_2 = -4$$

Дадената система е равносилна на обединението на двете системи

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x.y = 4 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + y = -4 \\ x.y = 4 \end{cases}$$

Получените системи решаваме чрез заместване.

$$\begin{cases} x = 5 - y \\ (5 - y).y = 4 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -4 - y \\ (-4 - y).y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 - y \\ y^2 - 5y + 4 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -4 - y \\ y^2 + 4y + 4 = 0 \end{cases}$$

$$y^2 - 5y + 4 = 0 \qquad y^2 + 4y + 4 = 0$$

$$y_1 = 1, y_2 = 4 \qquad y_3 = -2, y_4 = -2$$

$$\begin{cases} x_1 = 4 \\ y_1 = 1 \end{cases} \cup \begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = 4 \end{cases} \qquad \begin{cases} x_3 = -2 \\ y_3 = -2 \end{cases} \cup \begin{cases} x_4 = -2 \\ y_4 = -2 \end{cases}$$

Отг. Решенията на дадената система са (4; 1), (1; 4), (–2; –2) и (–2; –2).

Критерии за оценка

- Полагане в първото уравнение на системата $x + y = u$ и получаване на квадратното уравнение $u^2 - u - 20 = 0$ — 2 т.
- Намиране корените на квадратното уравнение $u_1 = 5$ и $u_2 = -4$ — 1 т.
- Замяна на първоначалната система с обединението на системите $\begin{cases} x + y = 5 \\ x.y = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = -4 \\ x.y = 4 \end{cases}$ — 2 т.
- Получаване решенията на първата система — 2 т.
- Получаване решенията на втората система — 2 т.
- Записване отговора на задачата — 1 т.